

Esercizi - Calcolo integrale

Esercizio 1. Calcolare gli integrali delle seguenti funzioni razionali.

1. $\int \frac{x}{1+3x} dx$

5. $\int \frac{1}{x^2+x+5} dx$

9. $\int \frac{x}{x^2+3x+4} dx$

2. $\int \frac{3x}{2x^2-x-1} dx$

6. $\int \frac{x^3-2x}{(x+3)^2} dx$

10. $\int \frac{x-1}{4x^2+3} dx$

3. $\int \frac{x^3-5x+1}{x^2-4} dx$

7. $\int \frac{x^3-5x^2+2}{x^2+x-6} dx$

11. $\int \frac{3x+1}{x^2+3x-10} dx$

4. $\int \frac{x}{2x^2+x+1} dx$

8. $\int \frac{x-3}{x^2+4x+4} dx$

12. $\int \frac{x}{9x^2+6x+1} dx$

Esercizio 2. Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

a) $\int x e^{2x} dx$

d) $\int \frac{\arctan^2 x}{1+x^2} dx$

g) $\int x \log^2 x dx$

b) $\int \frac{1}{(2x+1)^3} dx$

e) $\int \sin^3 x dx$

h) $\int e^{2x} \sin x dx$

c) $\int \frac{\log^4 x}{x} dx$

f) $\int \frac{1}{4x^2+3} dx$

i) $\int \frac{\sqrt{x}}{2+x} dx$

Esercizio 3. Calcolare i seguenti integrali definiti:

1. $\int_0^4 \frac{1}{(3x+2)^2} dx$

3. $\int_0^\pi x^2 \cos x dx$

5. $\int_1^2 \frac{e^{\frac{2}{x}}}{x^3} dx$

2. $\int_0^\pi \sin^2(3x) dx$

4. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$

6. $\int_0^2 |1-x| dx$

Esercizio 4. Utilizzando il cambio di variabile $t = \sqrt{1 + \frac{1}{x}}$, calcolare l'integrale:

$$\int \frac{x-1}{x^4 \sqrt{1 + \frac{1}{x}}} dx$$

Esercizi di Esame

Esercizio 5. a) Calcolare l'integrale indefinito $\int \frac{x^2}{x^2 + 2} dx$

b) Calcolare l'integrale indefinito $\int \frac{e^x}{1 + 2e^{-2x}} dx$

Esercizio 6.

a) Calcolare l'integrale indefinito: $\int \frac{x}{x^2 - 3x + 2} dx$

b) Calcolare l'integrale $\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{x^3}{x^4 - 3x^2 + 2} dx$

Esercizio 7.

a) Determinare tutte le primitive della funzione $f(x) = \frac{x}{2x^2 + 2x + 1}$

b) Calcolare l'integrale $\int_0^1 \arctan(2x + 1) dx$

Esercizio 8.

a) Calcolare l'integrale indefinito $\int \frac{x}{3x^2 - 5x - 2} dx$

b) Calcolare l'integrale definito $\int_1^e \frac{\log x - 1}{x(3 \log x^2 - 5 \log x - 2)} dx$

Esercizio 9.

a) Determinare tutte le primitive della funzione $f(x) = \frac{2 - x}{x^2 + x + 1}$

b) Calcolare l'integrale $\int_0^\pi \frac{\cos x (2 - \sin x)}{\sin^2 x + \sin x + 1} dx$

Esercizio 10.

1. Determinare tutte le primitive della funzione $f(x) := \frac{1 - x^2}{1 + 3x^2}$.

2. Utilizzando il punto precedente e la sostituzione $t = \tan \frac{x}{2}$, calcolare l'integrale:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x + \cos x} dx$$